

Sensitivity Analysis Using a Dynamical Spectral Adjoint Model

Chien-Han John Tseng

Jen-Cheng Joseph Chang

Research and Development Center, Central Weather Bureau

64 Kung Yuan Road, Taipei, Taiwan, R. O. C.

Abstract

Sensitivity analysis is used to determine the initial impact on the model forecasting results in a particular time. Adjoint model is efficient method to do the sensitivity analysis. The sensitive area could be interpreted as an initial perturbation, whose structure points out where is the unstable regions and levels.

In this study, we used the 88/89 DJF mean flows as an initial field in dynamical spectral model to perform a twin experiment of a 10-day integration, with/without a global 10-year DJF mean diabatic heating. The difference of a target area was then used to trace back the most sensitive areas in the initial time by using adjoint techniques.

It is interesting to note that the final response of upper layers is from the initial perturbation of lower layers. It may suggests that the correctness in lower-layer initial field is important to an accurate forecast later.

一、簡介

伴隨模式的敏感度分析，可用以決定初始擾動場的結構為何。另外一種方法是求算奇異向量，但所花費的電腦計算量相當龐大，如果要知道超過 6 天以上的最佳擾動，將有計算環境的限制。於本文中，僅將伴隨模式做一次的時間回溯積分，並間隔 6 小時才取一次基本場以節省計算及資料儲存空間，而根據伴隨理論敏感度分析的推導（Navon et al., 1992 和 Errico and Vukicevic, 1992），給定一個目標函數（cost function），一次的伴隨模式積分將能得到此目標函數的梯度，也就是初始的敏感度區域。於此，利用 86/87、88/89 冬季平均環流場做敏感度分析。

二、分析步驟

比對實驗（twin experiment）常用來探討敏感度的作用，其精神是比對一實驗組和一控制組的結果，並進而對問題進行分析，這樣的好處是：將要研究的問題約化在一焦點上。本文採用下述的方式進行：在模式中，每一個積分步距，加入 10 年冬季平均的非絕熱項（取自張, 1998），做為外力強制項，將其積分 10 天，做為分析的實驗組；而原絕熱模式積分 10 天的結果，做為分析的控制組。

顯而易見，對相同的初始場而言，實驗組

和控制組在各自積分 10 天後，將有明顯的差異。可以選定在一目標區域的差值，定義為所要求的目標函數，對控制變數微分後，做為伴隨模式的初始場。伴隨模式時間回溯積分 10 天後，將得到目標函數相對於初始場的梯度值，也是敏感度區。換言之，此實驗的目的在找出初始場中的敏感度區，是存在於模式中的何處？在大氣現象的何處？而此將會最有效率地影響所選取的目標區域。由第二章的討論，伴隨模式可提供一個定量的方法，且僅積分一次，以決定這個敏感度區。

於本章討論中，目標函數的權重函數定義為原絕熱模式 24 小時減去 12 小時差值平方的倒數。這是仿照 Navon et al. (1992) 中的建議，這是由於沒有長時間各個資料的統計結果，各變數間的量級無法精確給定下的權宜辦法。又如果不做權重分析的話，目標函數中最大量級的變數有可能是地面氣壓場，或是溫度場。在這樣的前題下，所求的問題會變成是應調整初始場若干，會對最終狀態的地面氣壓場、溫度場是最敏感，而非對全部變數最敏感。這個問題對往後要做四維變分的分析尤為重要，這也將影響數值法求解變分極值的效率（Navon et al., 1992; 曾等, 1997）。

經過伴隨模式得出的敏感度區，不僅指出初始控制變數場應做怎樣的調整，亦指出在這樣的實驗下，最有效影響目標區域的外力強制因素來自於那裏。吾人可以比較在這個敏感區域的外力強制因素，於積分 10 天後，是否比

其它非敏感區域的外力強制因素，要對目標區域的作用要來的明顯。這樣的過程幫助我們了解所用的模式特性，亦對大氣反應的因果關係有另外一種的看法。

三、北美西岸的敏感度分析

實驗組和控制組在各自積分 10 天後，於北美洲西岸附近有顯著的差異，當然在其它區域也有所不同，但應用伴隨模式做敏感度分析時，可將焦點集中在北美洲西岸這塊區域，而回溯至初始狀態時的敏感區域為何。圖 1 和 2 分別是對兩個冬季所選取的目標區域，水平方向上的範圍如圖示，而垂直方向上僅有第 4、5、6 層，於此僅顯示第 5 層。圖形所代表之意義為實驗組值減去控制組的差值。於此，按照上一節的討論，每個變數差值都做過權重分析，所以風場的尺度要大過其它變數場，這是由於本模式中採用變型風（pseudo wind）做為控制變數所致。設定圖 1 和 2 為伴隨模式之初始場，可沿時間回溯積分，得到敏感度區。

在圖 3 和 4 中，分別是兩個冬季基本場（86/87 和 88/89）所找出的敏感度區。圖中僅取出值最大的 6 層做探討，所選取的是模式中的第 11 至第 15 層。從大範圍來看，可以發現訊號多集中在太平洋東岸沿日本到台灣附近，有的可延伸到中南半島、澳洲北方或更遠的中亞附近，另外，有一些零星的訊號出現在美洲大陸上。整個的訊號排列狀似一個波列，其幾何形狀和文獻中所求的奇異向量相似。深究起來，這些敏感度區是應該和奇異向量的形態類似，按照變分學的推導，所得出的敏感度是目標函數的梯度，而根據這個梯度，吾人應該可以決定一個初始擾動，以求得目標函數的極值。而奇異向量本身就是最佳的初始不穩定模，是故經由伴隨模式所求的敏感度區，可視為一組奇異向量的合成表現。

由這兩年來，86/87 年（圖 3）的敏感度區分佈，除模式第 13 層的 u 外（圖 3g）有南北向的結構外，大部分呈東西向排列，而且比較集中在一些區域。反觀 88/89 年（圖 4）敏感度區的波列分佈較有南北向的結構，從澳洲北部、印尼群島，經臺灣、日本至勘察加半島附近，整個結構散佈較廣。由於所得到的值是梯度，故未在圖形中標示值的大小，但仍可將值較大的區域視為較敏感之區域。由伴隨理論的最佳化分析得知，這些所求得的敏感度區，可選取適當的尺度，以決定最佳的初始場，其不用加入非絕熱的強制項，而積分後的結果將類似實驗組的積分結果。

仔細觀察這些敏感度區，會注意到它集中於一些地方，現在，如果不去調整初始變數

場，而是取這一些地方的非絕熱強制項加入控制組模式之中積分，其結果應該類似實驗組。換句話說，不是加入全球範圍的非絕熱作用。表 1 中的上二排，分別是 86/87 年實驗組減去敏感度區非絕熱作用，和實驗組減去控制組在目標區域的結果。量度目標區的結果，如定義目標函數，垂直上取模式的 4、5、6 層，而水平方向取同圖 1 的區域，連同上一小節所述之變數間的量級關係，訂出此時的權重函數。

由表 1 中第一排的結果發現，經過這樣加入區域非絕熱作用的過程，將縮短和實驗組結果的差距。於此，可任選一塊非敏感度的區域做比對實驗，而選取這塊區域的理由是，它正好在觀測到的赤道非絕熱區附近（張，1998）。在表 1 的最後一排中，紀錄其積分後目標函數的結果，這當中可以發現並未縮短和實驗組結果的差距，這暗示加入這樣的區域非絕熱作用，可能對所要觀察的目標區域沒有影響。

同理，整個過程可對 88/89 年重做一次，其結果紀錄在表 2 中。表 2 中的上二排，分別是實驗組減去敏感度區域非絕熱作用的結果，以及實驗組減去控制組的結果。表中第一排顯示，加入這樣的區域非絕熱作用可縮短和實驗組的差距。在此，我們也選取一塊非敏感區的某一塊非絕熱作用，其所得的結果（表 2 最後一排）並未明顯的縮短和實驗組的差距，雖然對 u 場而言其結果有改善，但整體而言，其結果比控制組和實驗組對目標區預報的差距更大。

四、結果與討論

經過上述的實驗，伴隨模式不僅指出模式中的控制變數應在何處修正，修正多少，亦指出在這敏感度區的外力強制作用對模式預報有影響。透過動力的觀點，這表示外力強制作用將以何種方式來影響動力場。因為本文所用的模式僅有動力部分，一些物理過程的作用被視為是外力強制作用，如果將這個觀點推衍下去，如果有一物理過程完整的伴隨模式，其指示出的地方就是模式工作人員應特別注意並改善的地方，而另外一個思考的角度，則告知研究人員，這個地方的初始場要小心處理。

事實上，這是四維資料變分中的前置處理部分，意即在永遠不知初始場為何的前提下，吾人應如何決定初始場。這裏要說明的觀念是：於模式的發展中，一則注重模式格式的研究，另外一個則是初始值的決定。

參考文獻

張庭槐，1998：冬季非絕熱加熱對北半球高層環流的影響。博士論文，國立台灣大

學。
 曾建翰、張忍成和林和，1997：伴隨理論在四維變分及其在氣象中之應用。大氣科學，25，307-336
 Errico, R. M. and T. Vukicevic, 1992: Sensitivity analysis using an adjoint of

PSU-NCAR mesoscale model. *Mon. Wea. Rev.*, 120, 1644-1660.
 Navon, I. M., X. Zou, J. Derber, and J. Sela, 1992: Variational data assimilation with an adiabtic version of the NMC spectral model. *Mon. Wea. Rev.*, 120, 1433-1466.

86/87 年	目標函數總量	u	v	位溫	地面氣壓
實驗組減去敏感度區域非絕熱	6243.87	922.45	1278.15	3238.57	804.7
實驗組減去控制組	11168.74	1205.79	1484.99	6157.64	2320.32
實驗組減去非敏感度區域非絕熱	11217.98	976.30	1497.02	6515.43	2229.23

表 1 86/87 年敏感度區和非敏感度區的實驗

88/89 年	目標函數總量	u	v	位溫	地面氣壓
實驗組減去敏感度區域非絕熱	7475.74	1001.20	1150.31	4072.73	1251.50
實驗組減去控制組	11532.70	1423.53	1675.03	5891.09	2543.05
實驗組減去非敏感度區域非絕熱	11783.11	1362.06	1625.59	6234.77	2560.69

表 2 88/89 年敏感度區和非敏感度區的實驗

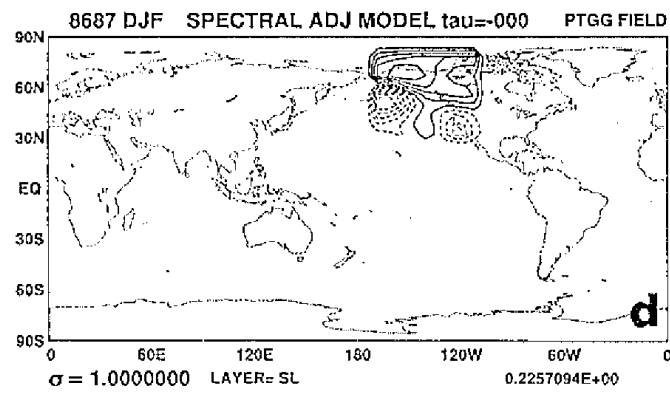
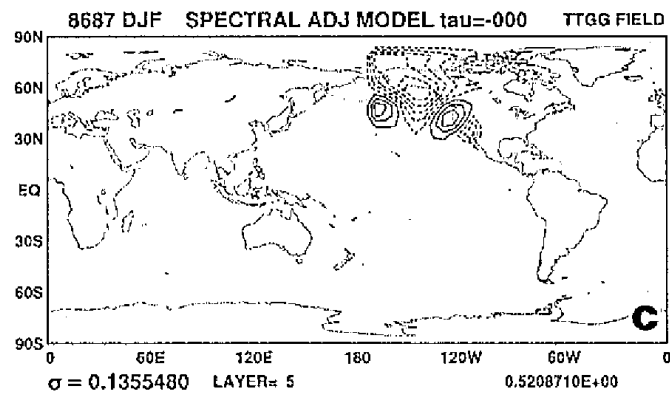
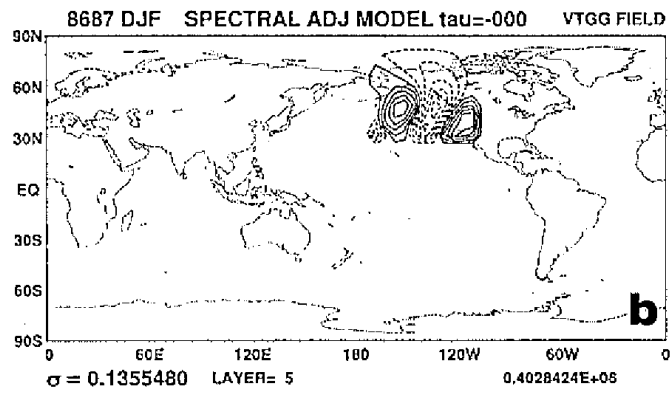
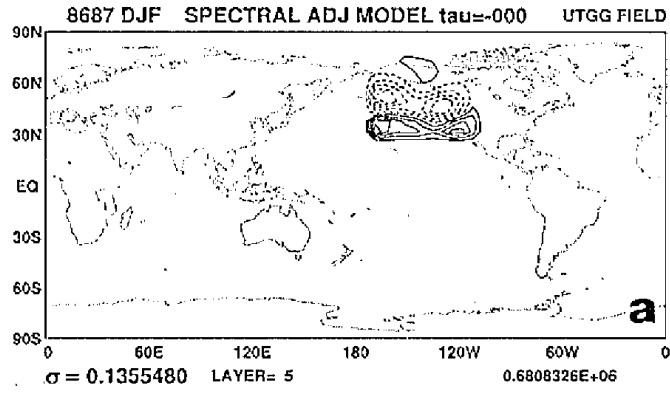


圖 1 86/87 年伴隨模式初始場，僅取模式第 5 層。(a) u 場(b) v 場(c) T 場(d)地面氣壓。

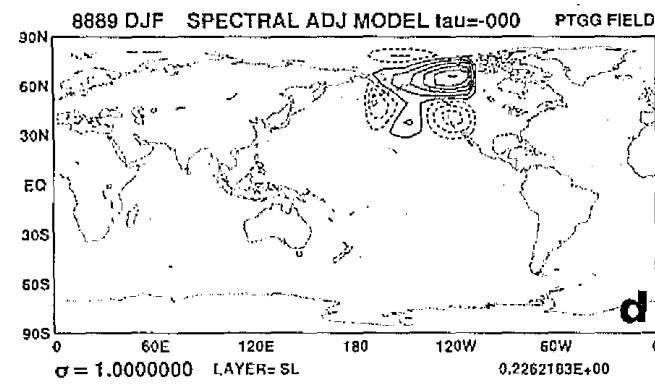
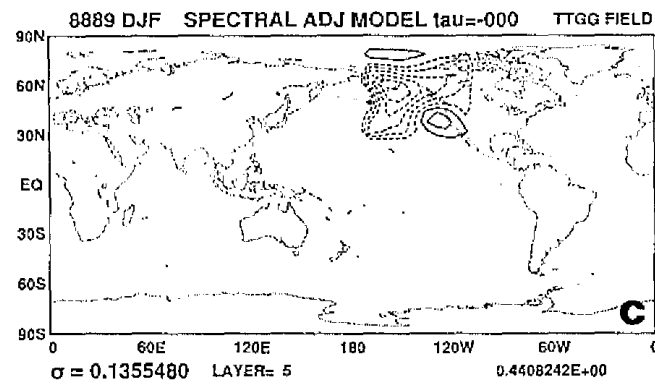
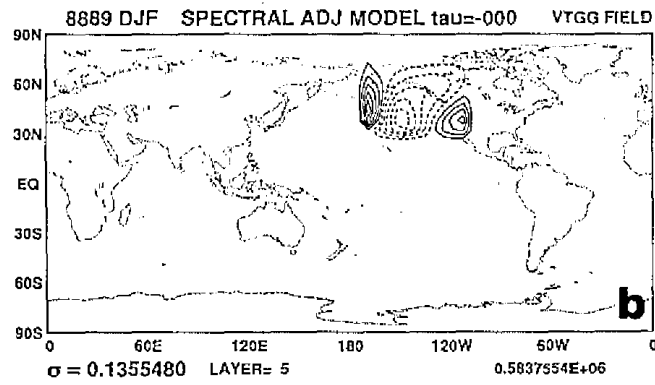
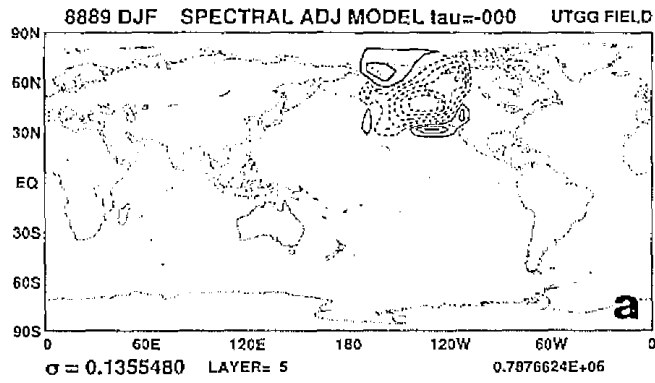


圖2 同圖1，但為88/89年。

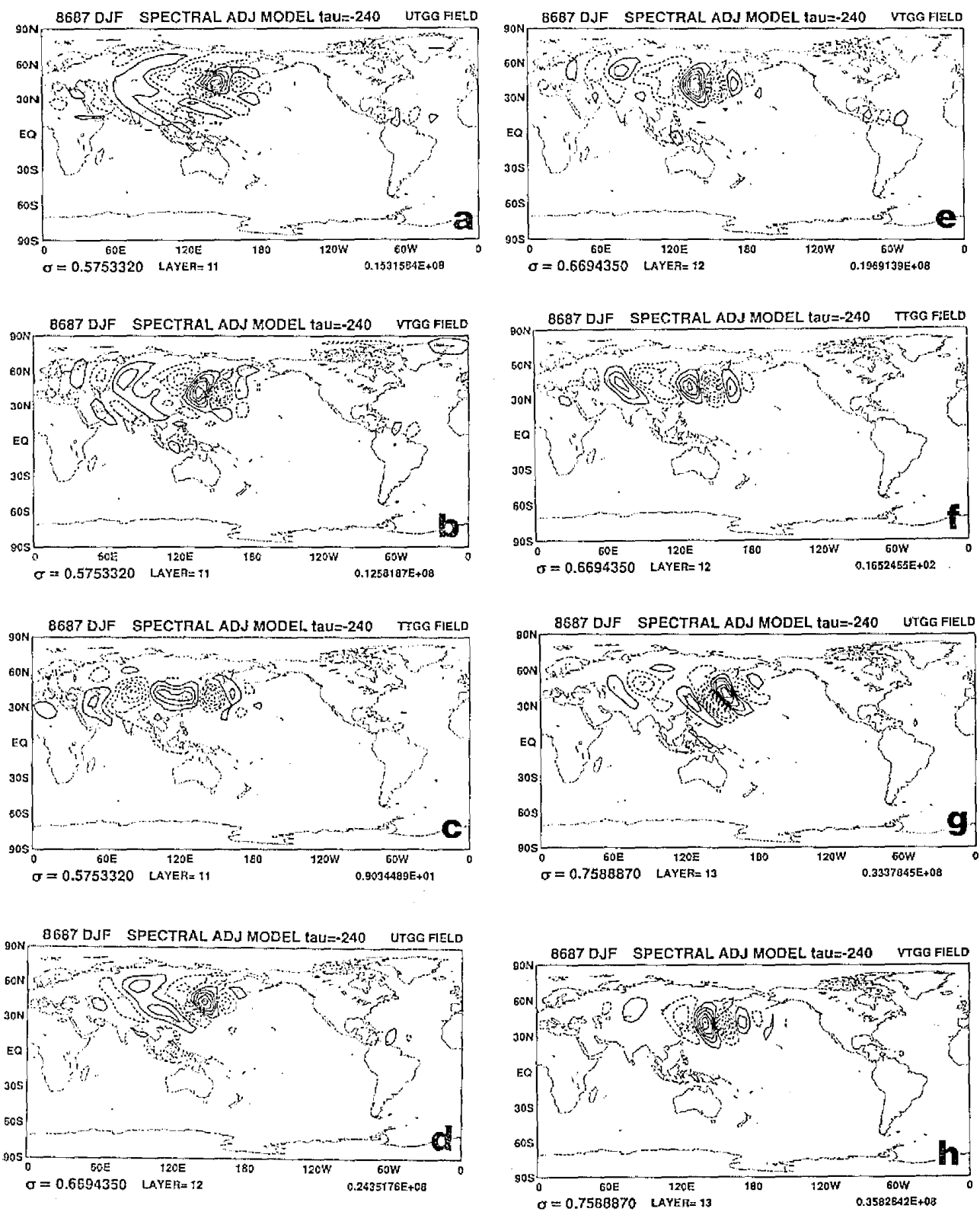
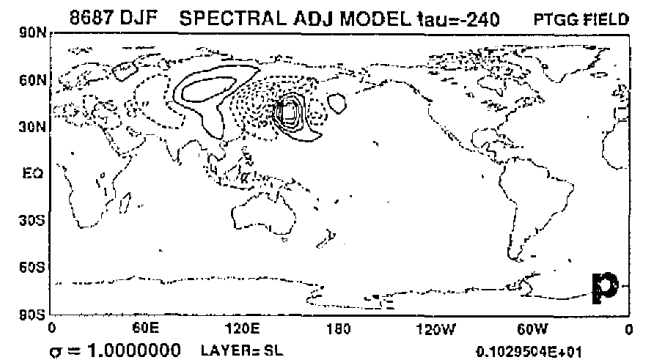
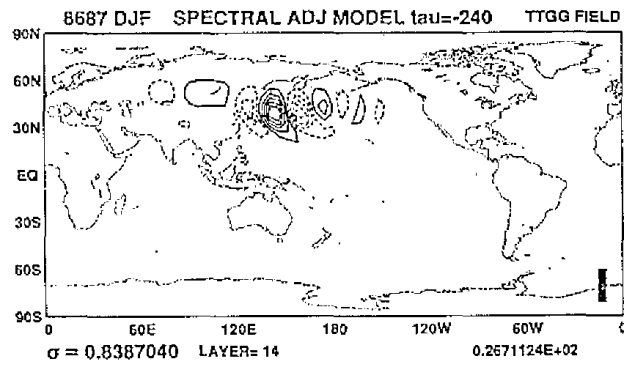
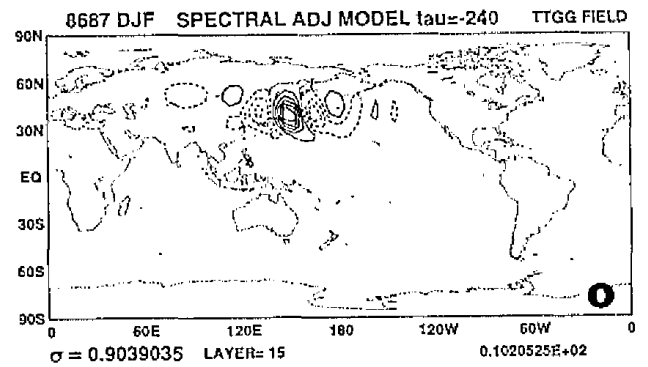
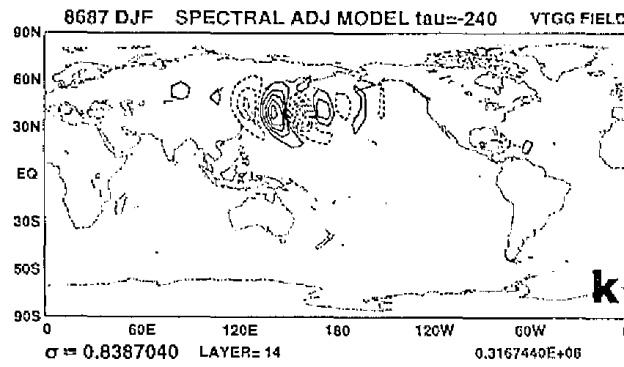
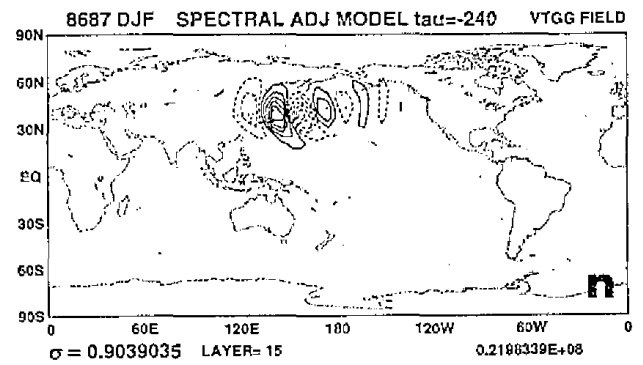
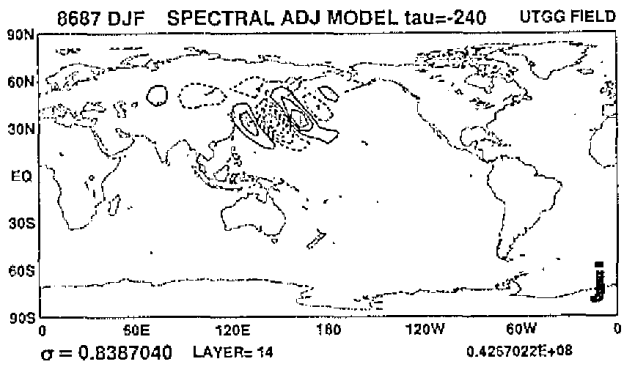
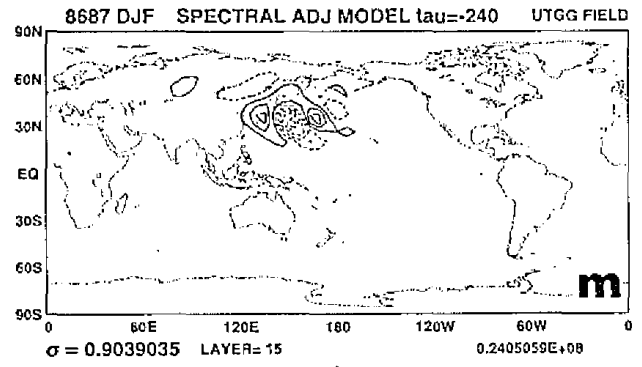
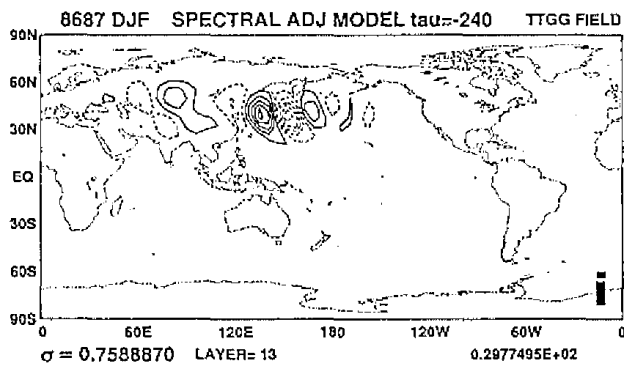


圖 3 86/87 年伴隨模式積分 10 天後之變數場，僅取模式第 11 至第 15 層。



續圖 3

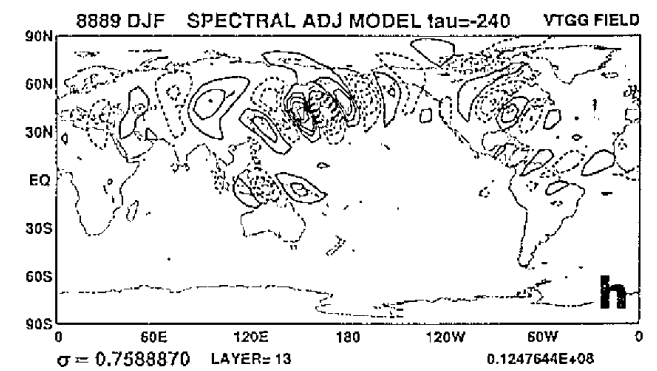
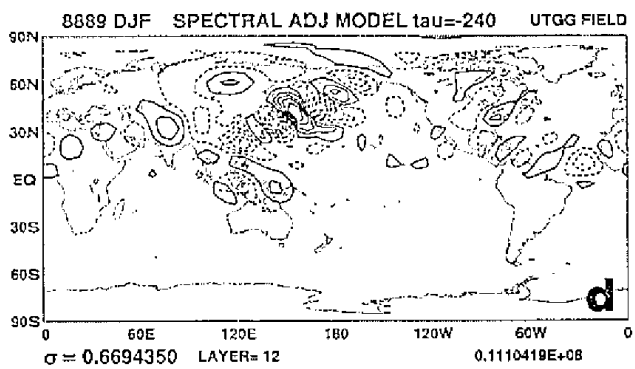
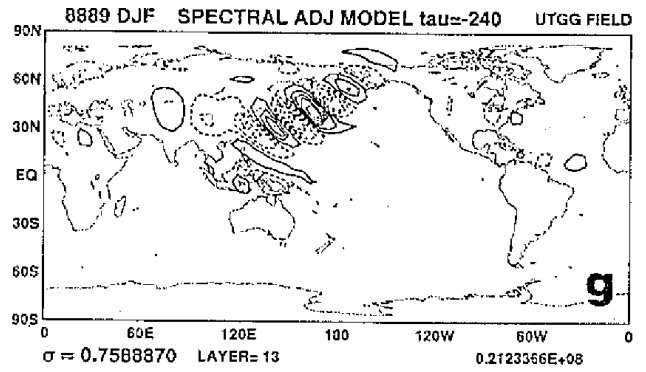
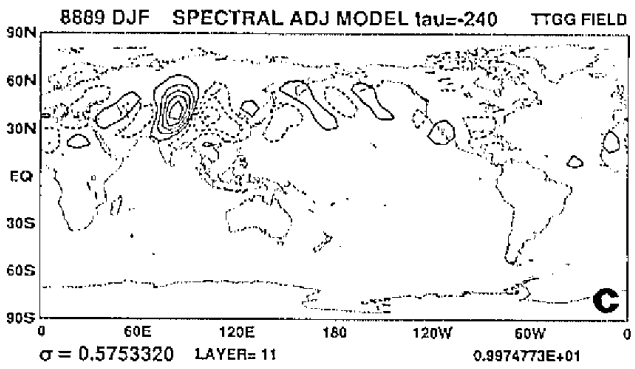
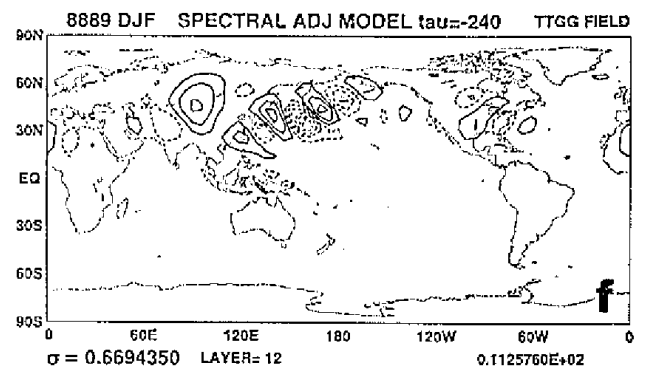
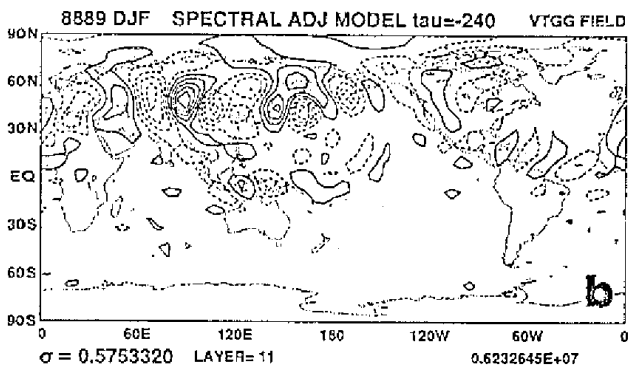
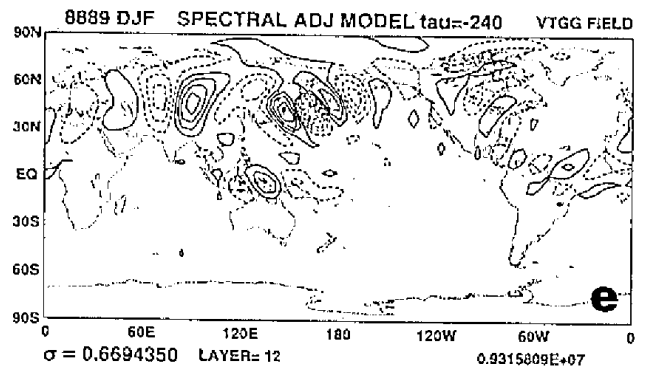
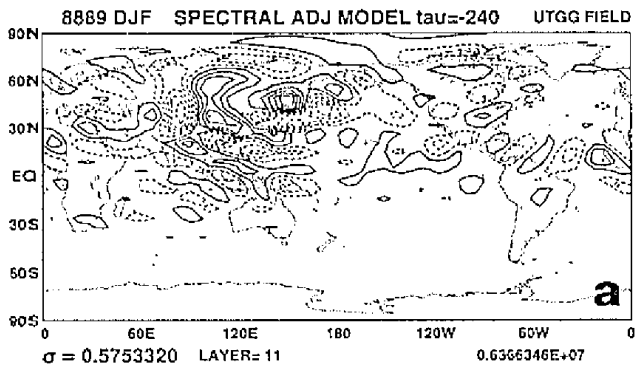
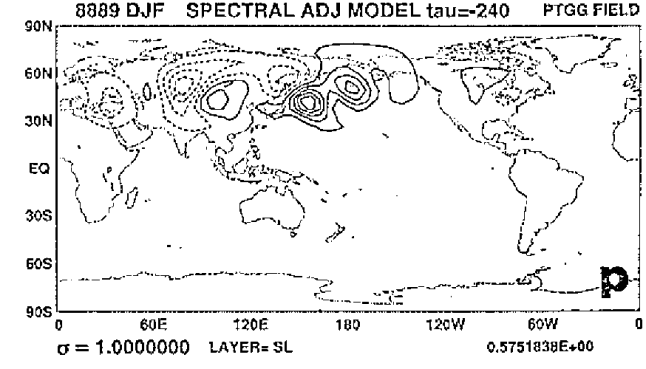
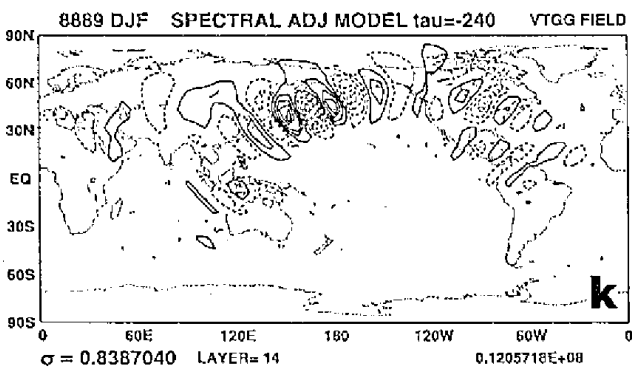
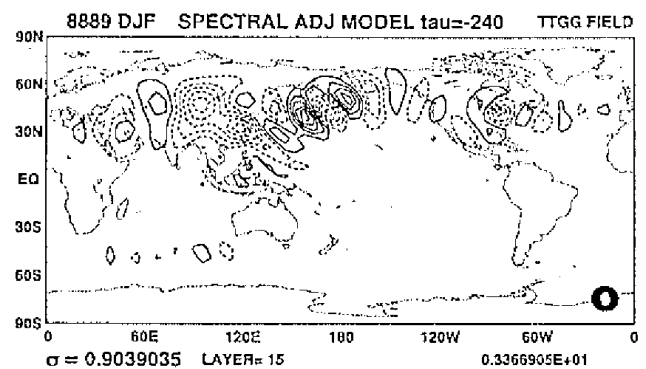
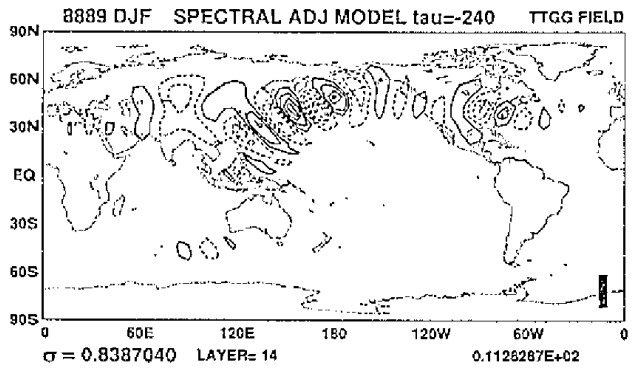
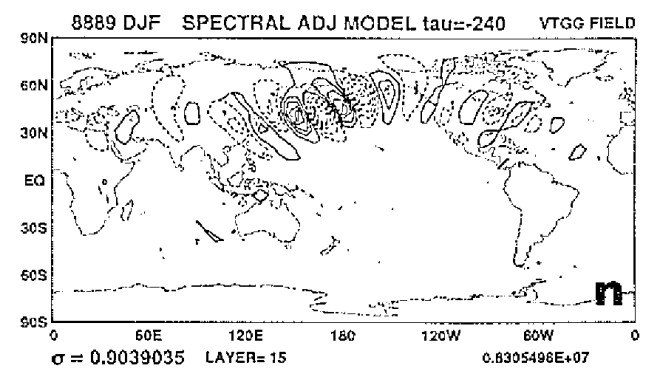
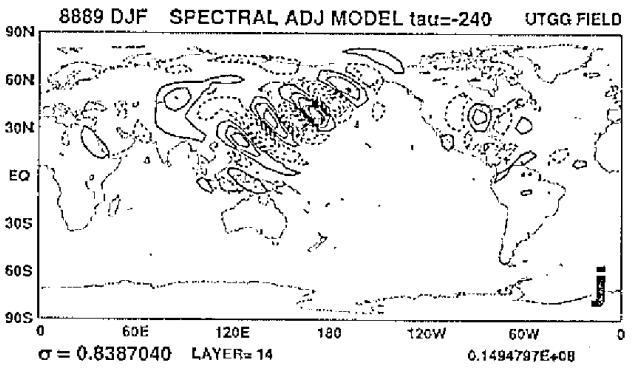
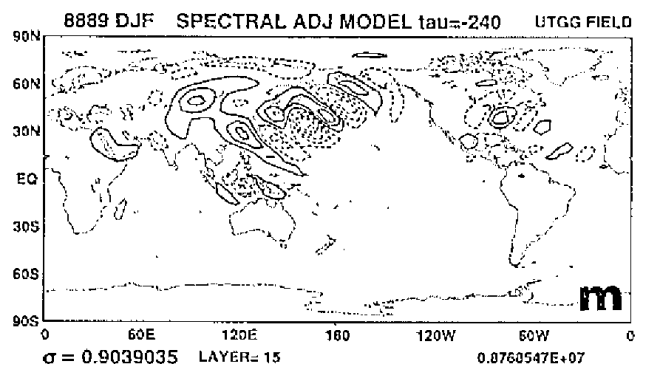
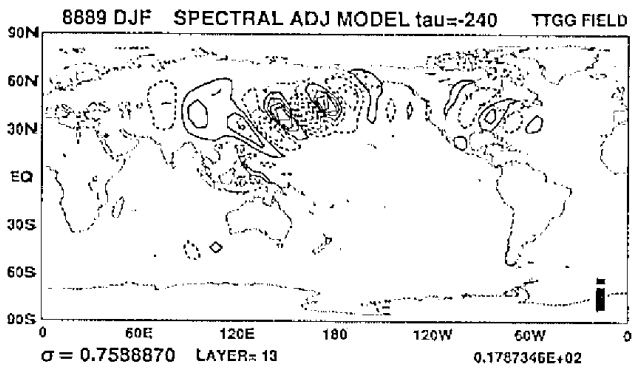


圖 4 同圖 3，但為 88/89 年。



續圖 4